

10 класс

1. Время мощности

В результате проведенного эксперимента получена зависимость мощности  $N$  постоянной горизонтальной силы от времени  $t$  ее действия на изначально покоящийся на гладком горизонтальном столе брусок массы  $m = 2$  кг. Некоторые измерения могли оказаться не очень точными.

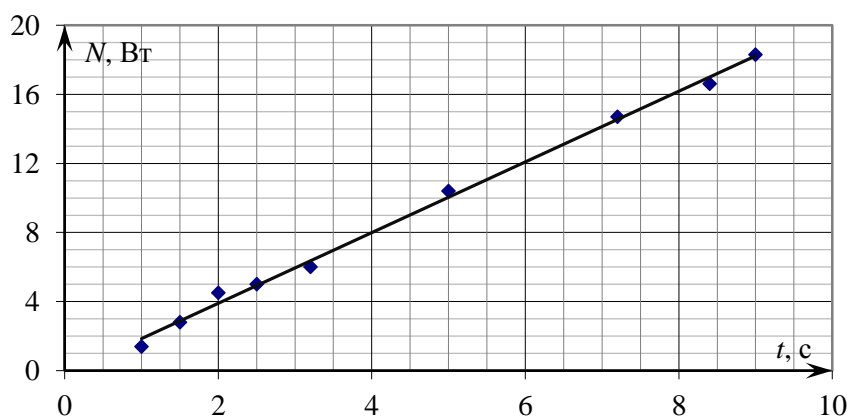
- определите мощность силы в момент времени  $\tau = 6$  с;
- найдите значение силы  $F$ .

$N$ , Вт	1,4	2,8	4,5	5,0	6,0	10,4	14,7	16,6	18,3
$t$ , с	1,0	1,5	2,0	2,5	3,2	5,0	7,2	8,4	9,0

Возможное решение

Гордеев З.

При постоянной силе  $F$  мощность  $N = Fv = Fat = \frac{F^2}{m}t$ , поэтому следует ожидать линейную зависимость  $N(t)$ . Построим график  $N(t)$  по табличным данным. Методом медиан проведем наилучшую прямую из начала координат.



В момент времени  $\tau = 6$  с мощность должна составлять 12 Вт. По угловому коэффициенту наклона графика  $k = \frac{F^2}{m} = 2$  Вт/с определяем значение силы  $F = \sqrt{km} = 2$  Н.

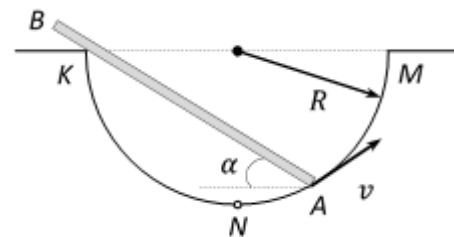
Критерии оценивания

- 1... Вывод теоретической зависимости мощности от времени.....2 балла
- 2... Построение (культурного) графика .....2 балла
- 3... Интерполяция для  $\tau = 6$  с .....2 балла
- 4... Определение силы по угловому коэффициенту наклона.....4 балла
  - Определение силы по любому однократному измерению ..... 0 баллов
  - Определение силы усреднением нескольких измерений..... 1 балл

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

## 2. В лунке

Стержень  $AB$  касается уступа  $K$  полусферической лунки радиуса  $R$ . Точка  $A$  движется равномерно со скоростью  $v$  по поверхности лунки, начиная из нижней точки  $N$ , к точке  $M$ . Найти зависимость модуля скорости  $u$  конца стержня  $B$  от угла  $\alpha$ , который стержень составляет с горизонтом. Длина стержня  $AB$  равна  $2R$ .



### Возможное решение 1

Скорость точки стержня, касающейся уступа  $K$ , направлена вдоль стержня и, следовательно, она равна  $v \sin \alpha$ . Так как стержень жёсткий, то проекции скоростей остальных точек стержня на направление вдоль стержня также равны  $v \sin \alpha$ , значит,  $u_{\parallel} = v \sin \alpha$ . Перпендикулярные составляющие скоростей линейно возрастают с расстоянием от точки  $K$ . Тогда

$$\frac{u_{\perp}}{BK} = \frac{v \cos \alpha}{KA} \Rightarrow u_{\perp} = v \cos \alpha \frac{2R - 2R \cos \alpha}{2R \cos \alpha} = v(1 - \cos \alpha).$$

Скорость точки  $B$  стержня равна:

$$u = \sqrt{u_{\parallel}^2 + u_{\perp}^2} = \sqrt{v^2 (\sin \alpha)^2 + v^2 (1 - \cos \alpha)^2} = v \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} = 2v \sin \left( \frac{\alpha}{2} \right).$$

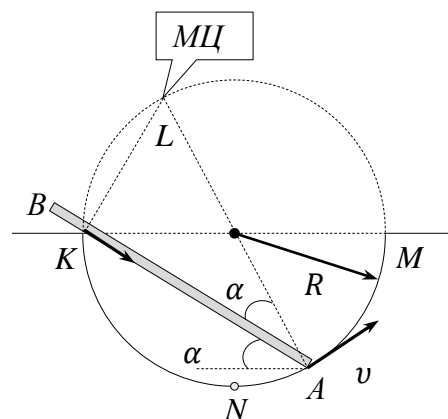
### Возможное решение 2.

Мгновенный центр вращения (точка  $L$ ) стержня находится на верхней полуокружности  $KLM$ , как показано на рисунке. При движении стержня точка  $L$  перемещается по дуге этой полуокружности.

Угловая скорость вращения стержня равна:

$\omega = v / (2R)$ . Тогда скорость конца стержня  $B$  равна:

$$\begin{aligned} u &= \omega \cdot BL = \frac{v}{2R} \sqrt{(KL)^2 + (BK)^2} = \frac{v}{2R} \sqrt{(2R \sin \alpha)^2 + (2R - 2R \cos \alpha)^2} = \\ &= v \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} = 2v \sin \left( \frac{\alpha}{2} \right). \end{aligned}$$



Бычков А.

Сегодня, 20 января, на портале [online.mipt.ru](http://online.mipt.ru) составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале [online.mipt.ru](http://online.mipt.ru)

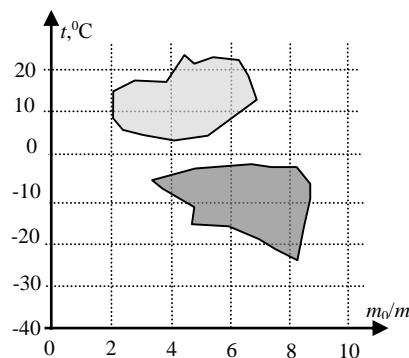
### Критерии оценивания

1. Указано, что в силу недеформируемости стержня проекции скоростей  $u$  и  $v$  на направление вдоль стержня одинаковы ( $u_{\parallel} = v_{\parallel}$ )  
или найдено положение мгновенного центра вращения.....**3 балла**
2. Указано, что угол  $BAL$  равен  $\alpha$  .....**1 балл**
3. Найдена связь между проекциями скоростей  $u$  и  $v$  на направление перпендикулярно стержню ( $u_{\perp} / BK = v_{\perp} / AK$ ) или найдена угловая скорость  $\omega$  .....**2 балла**
4. Выражены длины  $AK$  и  $KB$  через угол  $\alpha$  и радиус .....**(1+1) балла**
5. Получен ответ.....**2 балла**

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

### 3. Вода со льдом.

В калориметре смешали некоторое количество воды и льда. Их точные массы и начальные температуры неизвестны, но эти значения лежат в выделенных на диаграмме заштрихованных областях. Найдите максимальное количество теплоты, которое могло быть передано водой льду, если после установления теплового равновесия масса льда не изменилась. Определите возможную массу содержимого калориметра в этом случае. Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 340$  кДж/кг, удельная теплоемкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость льда  $c_1 = 2100$  Дж/(кг·°C). Массы воды и льда на диаграмме приведены в условных единицах, показывающих во сколько раз их массы меньше чем  $m_0 = 1$  кг. Теплоемкостью калориметра и потерями теплоты пренебречь.



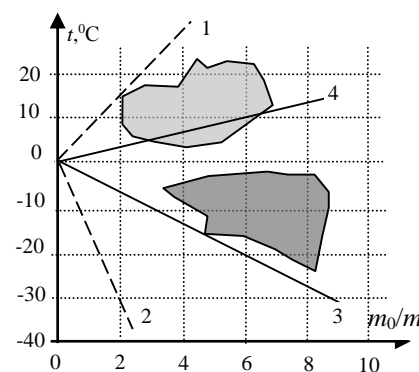
#### Возможное решение

Замятнин М.

По условию масса льда в результате теплообмена не изменилась, следовательно, количество теплоты, переданное льду остывающей водой, пошло на нагревание льда (по условию процессов плавления/кристаллизации льда не происходило).

Количество теплоты, которое может отдать остывающая вода,  $Q = mc(t - t_0) = mct$  ( $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ).  $Q = Q_{\text{макс}}$  при максимальном по модулю значении произведения  $mt$ . Одинаковым значениям произведения  $mt$  соответствуют точки, лежащие на прямых, проведенных из начала координат. Действительно, для них выполняется условие  $t = \alpha(m_0/m)$ , или  $mt = \alpha m_0 = \text{const}$ , где  $\alpha$  - угловой коэффициент наклона прямой. Чем больше угол наклона

прямой, тем больше модуль произведения  $mt$ . Это условие выполняется для прямой 1, проведенной из начала координат и касающейся области возможных параметров воды. Но такое выделенное водой количество теплоты приведет к плавлению льда, т.к. с учетом теплоемкости льда, которая в два раза меньше удельной теплоемкости воды, прямой 1 будет соответствовать прямая 2, имеющая в два раза больший угловой коэффициент наклона и не касающаяся области возможных параметров льда. Следовательно, максимальное количество теплоты  $Q_{\text{макс}}$



будет определяться прямой 3, и соответствующей ей прямой 4, проходящей через область возможных параметров воды, для которой значение  $mt = 10/6 \approx 1,67$  кг°С. Откуда  $Q_{\text{макс}} = 7,0$  кДж. Крайние точки пересечения прямой 4 с областью возможных параметров воды определяют диапазон масс добавленной в калориметр воды  $[m_0/6, 2; m_0/3, 0]$  или  $[0,16; 0,33]$  кг. Точка касания прямой 3 области возможных параметров льда позволяет найти массу льда в калориметре  $[m_0/4, 6] = 0,22$  кг. Откуда возможная масса содержимого лежит в диапазоне  $[0,38; 0,55]$  кг.

Сегодня, 20 января, на портале [online.mipt.ru](http://online.mipt.ru) составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале [online.mipt.ru](http://online.mipt.ru)

### Критерии оценивания

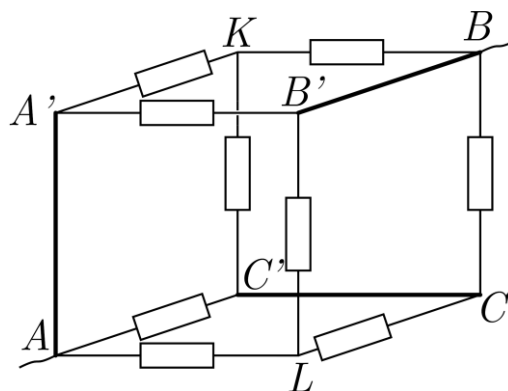
- |  |         |
|--|---------|
| 1. Учет отсутствия процессов плавления/кристаллизации  | 1 балл  |
| 2. Уравнение для расчета количества теплоты  | 1 балл  |
| 3. Идея, что равным количествам теплоты соответствуют точки, лежащие на прямой, проходящей через $t_0=0^{\circ}\text{C}$ | 1 балл  |
| 4. Идея нахождения максимального $Q$ по угловому коэффициенту наклона прямой, касающейся области возможных параметров    | 1 балл  |
| 5. Явное указание, что максимальное количество теплоты определяет лед  | 1 балл  |
| 6. Найдено значение $Q_{\text{макс}}$  | 2 балла |
| 7. Обоснование существования диапазона возможных масс воды   | 1 балл  |
| 8. Найден диапазон масс содержимого  | 2 балла |

В п.п. **6** и **8** имеет смысл ввести широкие 10% (**1 балл**) и узкие 5% (**2 балла**) «ворота», так как при решении обрабатывается графическая информация. Но, за ответы, попавшие в эти ворота при неверных исходных предположениях (п.п. 3-5, 7) баллы ставиться не должны!

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

#### 4. Три в кубе

Куб собран из одинаковых резисторов сопротивлением  $R$ . Три резистора заменили на идеальные перемычки, как указано на рисунке.



- Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами  $A$  и  $B$ .
- Какие резисторы из оставшихся можно убрать так, что это не изменит общее сопротивление системы?
- Если известно, что сила тока, текущего через большинство резисторов электрической цепи, равна  $I = 2\text{A}$ , вычислите силу тока в проводе, подсоединенном к узлу  $A$  (или  $B$ )?
- Вычислите силу тока, текущего через идеальную перемычку  $AA'$ ?

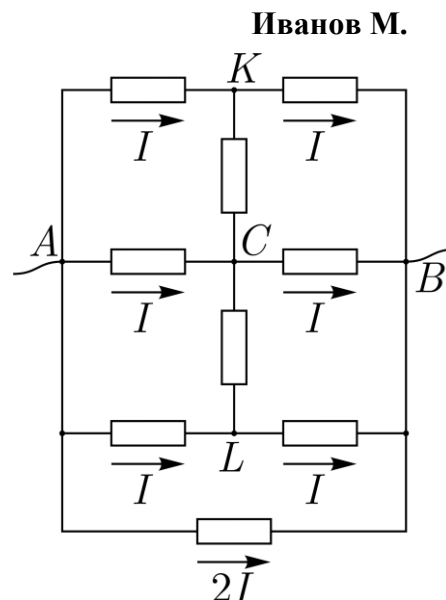
#### Возможное решение

Изобразим эквивалентную схему и расставим токи в ветвях с учетом закона сохранения заряда и закона Ома (сила тока обратно пропорционально сопротивлениям параллельных ветвей).

Теперь легко дать ответы на вопросы задачи. В силу симметрии схемы токи через резисторы в ветвях  $KC$  и  $CL$  не идут. Следовательно, эти резисторы можно убрать, и это не приведет к перераспределению токов в цепи и изменению общего сопротивления, которое равно

$$R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{2IR}{5I} = \frac{2R}{5}.$$

По условию  $I = 2\text{A}$ . Следовательно, сила тока, входящего в узел  $A$ , равна  $5I = 10\text{A}$ . Сила тока через идеальную перемычку  $AA'$  равна сумме сил токов через резисторы в ветвях  $A'K$  и  $A'B'$ :  $3I = 6\text{A}$ .



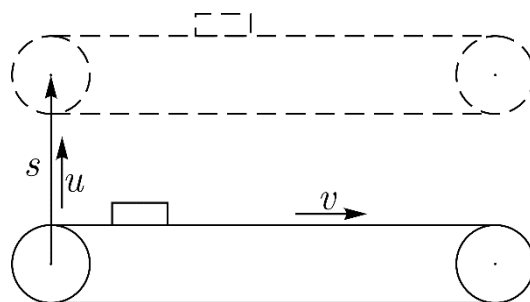
#### Критерии оценивания

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Правильная эквивалентная схема.....                   | 2 балла |
| 2. Обосновано отсутствие токов через два резистора ..... | 2 балла |
| 3. Найдено общее сопротивление.....                      | 2 балла |
| 4. Определен общий ток.....                              | 2 балла |
| 5. Найден ток через перемычку .....                      | 2 балла |

Сегодня, 20 января, на портале [online.mipt.ru](http://online.mipt.ru) составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале [online.mipt.ru](http://online.mipt.ru)

### 5. Транспортёр на боку

По шероховатому горизонтальному полу движется лежащий на боку ленточный транспортёр так, что плоскость ленты вертикальна. Скорость ленты транспортёра равна  $v$ . Транспортёр перемещается по полу с постоянной скоростью  $u$  перпендикулярно основным участкам его ленты. За некоторое время транспортёр сместился на расстояние  $s$ . Его новое положение показано на рисунке. Транспортёр толкает по полу брусок массы  $m$ , имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. На рисунке дан вид сверху на эту систему.



Пренебрегая прогибом ленты и считая движение бруска установившимся, найдите смещение бруска за время  $s/u$ .

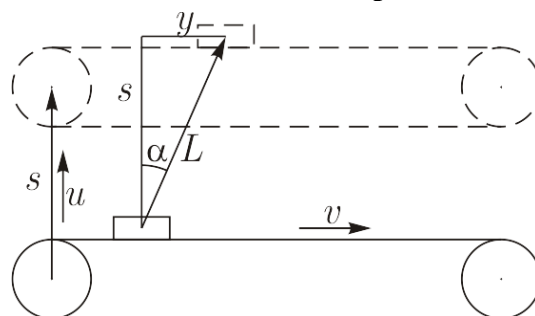
Определите работу по перемещению бруска совершаемую транспортёром за это время.

Коэффициент трения между бруском и полом равен  $\mu_1$ , а между бруском и лентой  $\mu_2$ .

#### Возможное решение

Фролов А.

Сила трения, действующая со стороны пола на брусок, направлена против вектора скорости бруска и равна  $F_{\text{Тр.1}} = \mu_1 mg$ . Сила трения, действующая на брусок со стороны транспортёра,  $F_{\text{Тр.2}} \leq \mu_2 N$ , где  $N = F_{\text{Тр.1}} \cos \alpha$ . С другой стороны  $F_{\text{Тр.2}}$  уравновешивается силой  $F_{\text{Тр.1}}$ :  $F_{\text{Тр.2}} = F_{\text{Тр.1}} \sin \alpha$ . Здесь возможны два случая.



1-й случай (есть проскальзывание между бруском и лентой):

$$F_{\text{Тр.2}} = \mu_2 N = \mu_2 F_{\text{Тр.1}} \cos \alpha = F_{\text{Тр.1}} \sin \alpha.$$

Отсюда получаем:  $\text{tg } \alpha = \mu_2$ . Этот случай возможен когда  $\frac{v}{u} \geq \mu_2$ . При этом скорость бруска вдоль ленты меньше скорости ленты, т.е. происходит проскальзывание.

2-ой случай (между бруском и лентой нет проскальзывания). Тогда  $v/u = \text{tg } \alpha$ . Этот случай возможен при  $v/u \leq \mu_2$ .

Смещение бруска вдоль оси  $Y$  найдём из геометрических соображений:  $y = s \text{tg } \alpha$ .

Путь, пройденный бруском в первом случае равен  $L = s\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha} = s\sqrt{1 + \mu_2^2}$ , а во втором –

$$L = s\sqrt{1 + \left(\frac{v}{u}\right)^2}.$$

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

Работа по перемещению бруска в обоих случаях равна  $A = LF_{\text{Тр.1}} = \mu_1 mgL$ , так как сила, действующая на брусок со стороны транспортера, уравнивается силой трения со стороны пола (брусок движется с постоянной скоростью). Конкретно:

$$A_1 = \mu_1 mgs\sqrt{1 + \mu_2^2}, \quad A_2 = \mu_1 mgs\sqrt{1 + \left(\frac{v}{u}\right)^2}.$$

### Критерии оценивания

Указано направление действия силы $F_{\text{Тр.1}}$	<b>1 балл</b>
Найдена реакция опоры $N$	<b>1 балл</b>
Найдена сила трения $F_{\text{Тр.2}}$	<b>1 балл</b>
Указаны два случая	<b>1 балл</b>
Найдено направление смещения бруска (по 1 баллу за каждый случай)	<b>2 балла</b>
Найдено смещение бруска $L$ (по 1 баллу за каждый случай)	<b>2 балла</b>
Найдена работа по перемещению бруска (по 1 баллу за каждый случай)	<b>2 балла</b>

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**