

9 класс

1. Минимальный путь

Автомобиль, едущий со скоростью v_0 , в некоторый момент начинает движение с таким постоянным ускорением, что за время τ пройденный им путь s оказывается минимальным. Определите этот путь s .

Возможное решение

Слободянин В.

Чтобы путь, пройденный за время τ , был минимальным, автомобиль должен начать тормозить. Пусть t_1 – время, прошедшее с момента начала торможения до момента остановки автомобиля. (Вместо t_1 в качестве параметра задачи можно ввести конечную скорость v_1 автомобиля). После этого момента автомобиль начнёт разгоняться в обратном направлении. Пройденный путь

$$s = \frac{v_0 t_1}{2} + \frac{v_0 (\tau - t_1)^2}{2} = \frac{v_0}{2} \left(t_1 + \frac{(\tau - t_1)^2}{t_1} \right).$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\frac{2st_1}{v_0} = t_1^2 + (\tau - t_1)^2.$$

Это квадратное уравнение относительно переменной t_1 . Приведём его к виду

$$t_1^2 - \left(\tau + \frac{s}{v_0} \right) t_1 + \frac{\tau^2}{2} = 0.$$

Дискриминант этого уравнения равен

$$\left(\tau + \frac{s}{v_0} \right)^2 - (\sqrt{2}\tau)^2 = \left(\tau + \frac{s}{v_0} - \sqrt{2}\tau \right) \left(\tau + \frac{s}{v_0} + \sqrt{2}\tau \right).$$

Из анализа первого сомножителя находим, что путь, пройденный за время τ , минимален при условии

$$s = (\sqrt{2} - 1)\tau v_0.$$

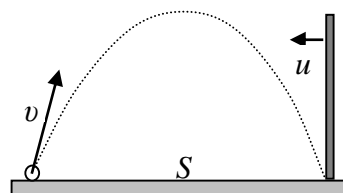
Критерии оценивания

1. В результате анализа движения, например, графика $v(t)$, указано на то, что скорость в течение времени τ должна сменить знак **2 балла**
2. Записано выражение для пройденного пути (через ускорение, или время t_1 движения автомобиля до остановки, или конечную скорость v_1) **4 балла**
2 балла за выражение для пути до остановки и **2 балла** - за оставшуюся часть пути
3. В результате решения квадратного уравнения получено выражение для времени t_1 движения до момента остановки автомобиля или для конечной скорости v_1 автомобиля **3 балла**
4. Получен окончательный ответ **1 балл**

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

2. Отражение в полете

В баллистической лаборатории при проведении эксперимента по изучению упругого отражения от движущихся препятствий производился выстрел маленьким шариком из небольшой катапульты, установленной на горизонтальной поверхности.



Одновременно из точки, в которую по расчетам должен был упасть шарик, с постоянной скоростью начинала движение навстречу массивная вертикальная стенка (см. рисунок). После упругого отражения от стенки, шарик падал на некотором расстоянии от катапульты. Затем эксперимент повторяли, изменяя **только** скорость движения стенки. Оказалось, что в двух экспериментах удар шарика о стенку произошел на одной и той же высоте h . Определите эту высоту, если известно, что время полета шарика до отражения в первом случае составило $t_1 = 1$ с, а во втором $t_2 = 2$ с. На какую максимальную высоту H поднимался шарик за весь полет? Чему равна начальная скорость шарика v , если расстояние между местами его падения на горизонтальную поверхность в первом и втором экспериментах составило $L = 9$ м? Определите скорости равномерного движения стенки u_1 и u_2 в этих экспериментах и начальное расстояние S между стенкой и катапультой. Считайте $g = 10$ м/с².

Примечание. В системе отсчёта, связанной со стенкой, модули скорости шарика до и после столкновения одинаковы, а угол отражения шарика равен углу падения.

Возможное решение

Замятнин М.

Вертикальное перемещение шарика описывается уравнением $h = v_{\text{в}}t - \frac{gt^2}{2}$, которое можно переписать в виде: $t^2 - 2\frac{v_{\text{в}}}{g}t + \frac{2h}{g} = 0$ (здесь $v_{\text{в}}$ – проекция начальной скорости на

вертикальную ось). По теореме Виета время всего полета $t_1 + t_2 = \frac{2v_{\text{в}}}{g}$ и $t_1t_2 = \frac{2h}{g}$, откуда

высота, на которой произошел отскок $h = \frac{gt_1t_2}{2} = 10$ м и $v_{\text{в}} = \frac{g(t_1 + t_2)}{2} = 15$ м/с. Заметим, что

при отражении от стенки вертикальная составляющая скорости шарика не изменяется, поэтому максимальная высота полета определяется лишь начальной вертикальной скоростью $v_{\text{в}}$ и равна $H = \frac{v_{\text{в}}^2}{2g} = \frac{g(t_1 + t_2)^2}{8} = 11,25$ м.

Горизонтальные перемещения шарика и стенки до момента столкновения связаны следующими соотношениями: $v_{\text{г}}t_2 = u_1t_1$ и $v_{\text{г}}t_1 = u_2t_2$, так как стенка проходит то расстояние, которое «не успевает» пролететь до падения шарик. Откуда $u_1 = v_{\text{г}}t_2 / t_1$ и $u_2 = v_{\text{г}}t_1 / t_2$.

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

В момент столкновения шарика со стенкой горизонтальная скорость шарика изменяет свое направление на противоположное и увеличивается на удвоенную скорость стенки (это можно показать, рассмотрев упругий отскок из системы отсчета, в которой стенка покоится). Вертикальная скорость шарика при отражении не изменяется, и дальнейший полет до падения длится столько же времени, как и в отсутствии удара. Тогда проекции перемещения шарика от катапульты до мест падения могут быть найдены по формулам:

$$L_1 = v_r t_1 - (v_r + 2u_1)t_2 = v_r \left(t_1 - t_2 - 2\frac{t_2^2}{t_1} \right) \text{ и } L_2 = v_r t_2 - (v_r + 2u_2)t_1 = v_r \left(t_2 - t_1 - 2\frac{t_1^2}{t_2} \right).$$

Здесь за положительное направление принято направление от катапульты к стенке.

Расстояние между точками падения равно $L = L_2 - L_1 = 2v_r \left(t_2 - t_1 + \frac{t_2^2}{t_1} - \frac{t_1^2}{t_2} \right)$, откуда

$$v_r = \frac{L}{2} \left(\frac{t_1 t_2}{(t_1 + t_2)^2 (t_2 - t_1)} \right) = 1 \text{ м/с.}$$

Окончательно $v = \sqrt{v_r^2 + v_b^2} \approx 15 \text{ м/с}$, горизонтальная дальность полета шарика (начальное расстояние между катапультой и стенкой) $S = v_r (t_1 + t_2) = 3 \text{ м}$, скорости стенки $u_1 = 2 \text{ м/с}$ и $u_2 = 0,5 \text{ м/с}$.

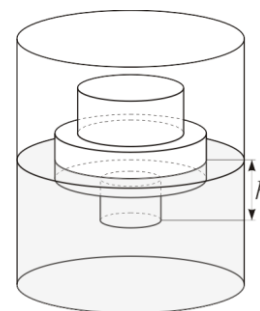
Критерии оценивания

- | | |
|--|----------------|
| 1. Найдена высота, на которой произошло отражение (в т.ч. число 0,5 балла) | 1 балл |
| 2. Найдена максимальная высота полета (в т.ч. число 0,5 балла) | 1 балл |
| 3. Связь между горизонтальной скоростью шарика и скоростями стенки | 1 балл |
| 4. Учтено сохранение вертикальной скорости шарика до и после отражения | 1 балл |
| 5. Определена горизонтальная скорость шарика после отражения | 1 балл |
| 6. Найдены расстояния от катапульты до мест падения шарика | 1 балл |
| 7. Найдено начальное расстояние от катапульты до стенки | 1 балл |
| 8. Найдена начальная скорость шарика | 1 балл |
| 9. Получены численные значения v , S , u_1 , u_2 (по 0,5 балла) | 2 балла |

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

3. Трехцилиндровый

Тело, склеенное из трех соосных цилиндров разного поперечного сечения и разной высоты, погружают в некоторую жидкость и снимают зависимость силы Архимеда F , действующей на тело, от глубины h его погружения. Известно, что площадь сечения самого узкого (не факт, что самого нижнего) цилиндра $S = 10 \text{ см}^2$. Постройте график зависимости $F(h)$ и с его помощью определите высоту каждого из цилиндров, площади сечения двух других цилиндров и плотность жидкости. В процессе эксперимента ось вращения цилиндров оставалась вертикальной, $g = 10 \text{ м/с}^2$.

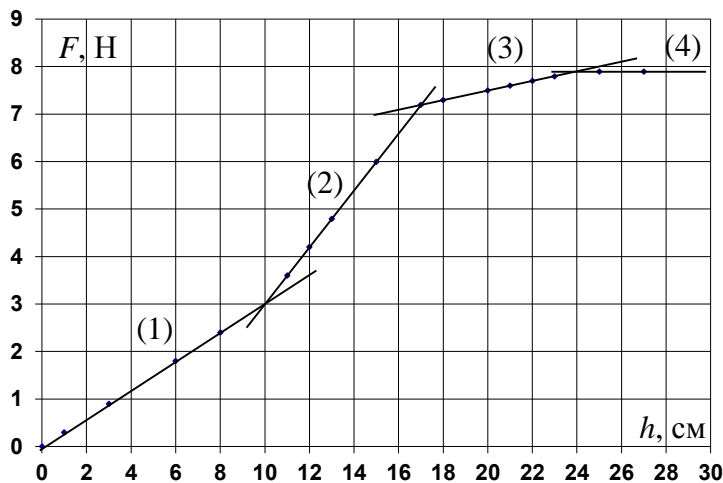


h , см	0	1	3	6	8	11	12	13	15	17	18	20	21	22	23	25	27
F_a , Н	0	0,3	0,9	1,8	2,4	3,6	4,2	4,8	6,0	7,2	7,3	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	7,9

Возможное решение

Гордеев З.

График зависимости $F(h)$ имеет три излома, которые соответствуют изменению площади сечения тела и полному его погружению. Заметим, что положение изломов находится путем экстраполяции линейных зависимостей до их пересечения (в точках 10 см, 17 см и 24 см), поэтому опираться только на табличные данные при определении высот цилиндров



нельзя. В области с $h < 24$ см самый пологий участок графика третий, следовательно, на нем наименьшая площадь поперечного сечения S . Угловой коэффициент наклона первого участка в три раза больше, следовательно, его сечение $3S = 30 \text{ см}^2$. На втором участке угловой коэффициент наклона больше в 6 раз, а его площадь сечения $6S = 60 \text{ см}^2$. Длины цилиндров 10 см, 7 см и 7 см соответственно. Плотность жидкости можно h , см

определить, например, по третьему участку: $\rho = \frac{\Delta F}{Sg\Delta h} = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Сегодня, 20 января, на портале online.mipt.ru составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале online.mipt.ru

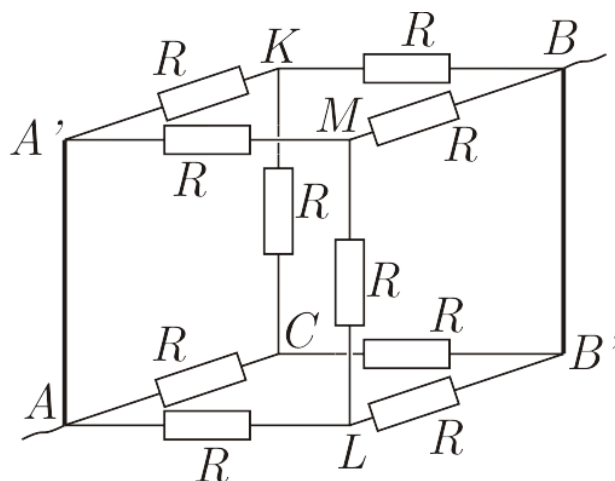
Критерии оценивания

- Построен график зависимости $F(h)$ **1 балл**
- На графике выделено 4 участка **0,5 балла**
- Экстраполяция участков до пересечения **0,5 балла**
- Определение длин цилиндров – по 1 баллу за каждое **3 балла**
- Если отклонение менее 1 см, то по 1 баллу
Если отклонение от 1 см до 2 см, то 0,5 балла за каждое
- Определение сечений (по 2 балла за каждое) **4 балла**
- Если отклонение менее 10%, **2 балла за каждое**
- Если отклонение от 10% до 20%, **1 балл за каждое**
- Если отклонение больше 20%, **0 баллов**
- Определена плотность жидкости (если отклонение менее 10%) **1 балл**
иначе – **0 баллов.**

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

4. Два в кубе

Куб собран из одинаковых резисторов сопротивлением R . Два резистора заменили на идеальные перемычки, как указано на рисунке.



- Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами А и В.
- Какие резисторы из оставшихся можно убрать, чтобы это не изменило общее сопротивление системы?
- Если известно, что через большинство резисторов в цепи течет ток $I = 2$ А, вычислите силу тока в проводе, подсоединенном к узлу А (или В)?
- Вычислите силу тока, текущего через идеальную перемычку АА'?

Возможное решение

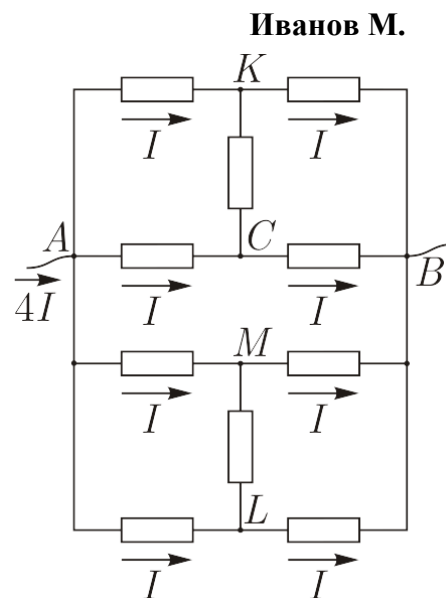
Изобразим эквивалентную схему и расставим токи в ветвях с учетом закона сохранения заряда и закона Ома (сила токов обратно пропорциональна сопротивлениям параллельных ветвей).

Теперь легко дать ответы на вопросы задачи. В силу симметрии схемы, токи через резисторы в ветвях КС и МЛ не идут. Следовательно, эти резисторы можно убрать, и это не приведет к перераспределению токов в цепи и изменению общего сопротивления, которое равно

$$R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{2IR}{4I} = \frac{1}{2}R.$$

По условию $I = 2$ А. Следовательно, сила тока, входящего

в узел А, равна $4I = 8$ А. Сила тока через идеальную перемычку АА' равна сумме токов через резисторы в ветвях А'К и А'М: $2I = 4$ А.



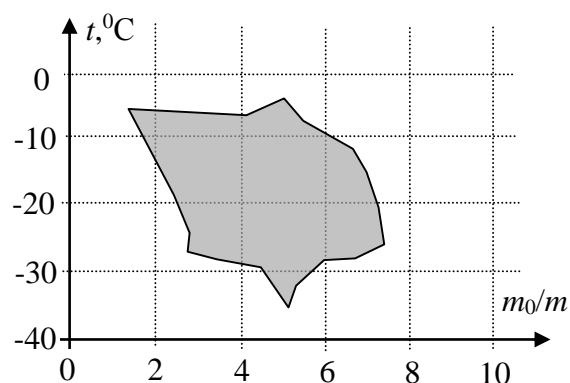
Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| • Правильная эквивалентная схема | 2 балла |
| • Обосновано отсутствие токов через два резистора | 2 балла |
| • Найдено общее сопротивление | 2 балла |
| • Определен общий ток | 2 балла |
| • Найден ток через перемычку | 2 балла |

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**

5. Ледяное пятно

Определите, какая максимальная масса $m_{\text{п}}$ водяного пара, взятого при температуре 100°C , может **потребоваться** для нагревания льда, находящегося в калориметре, до температуры плавления (без плавления). Точная масса льда и его начальная температура не известны, но эти значения могут лежать в области, выделенной на диаграмме серым цветом. Удельная теплота парообразования $L = 2,30$ МДж/кг, удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4\,200$ Дж/(кг $\cdot^{\circ}\text{C}$), удельная теплоемкость льда $c_1 = 2\,100$ Дж/(кг $\cdot^{\circ}\text{C}$). Масса льда m на диаграмме приведена в условных единицах, показывающих, во сколько раз масса льда меньше, чем $m_0 = 1$ кг. Теплоемкостью калориметра и потерями тепла пренебречь.



Возможное решение

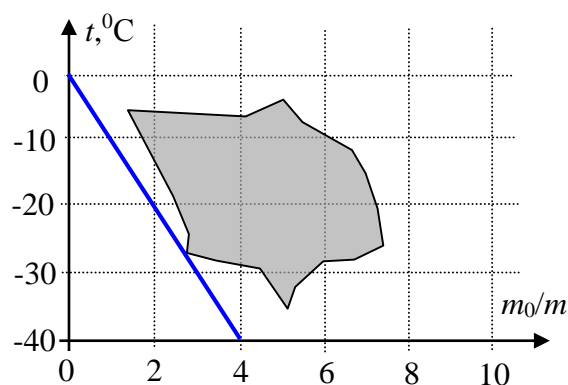
Замятнин М.

Запишем уравнение теплового баланса для конденсирующегося (превращающегося в воду) пара, остывающей и кристаллизующейся воды и нагревающегося льда:

$$m_{\text{п}}(L + c(t_{\text{кип}} - t_0) + \lambda) = mc_1(t_0 - t), \text{ откуда } m_{\text{п}} = \frac{mc_1(t_0 - t)}{L + c(t_{\text{кип}} - t_0) + \lambda}, \text{ или с учетом того, что}$$

$$t_0 = 0^{\circ}\text{C}, \text{ получим: } m_{\text{п}} = \frac{-mtc_1}{L + ct_{\text{кип}} + \lambda} \text{ (здесь и далее учтено, что } t < 0\text{)}. \text{ Максимальная масса}$$

пара потребуется при максимальном по модулю значении произведения mt . Одинаковым значениям произведения mt соответствуют точки, лежащие на прямых, проведенных из начала координат. Действительно, для этих прямых выполняется условие $t = \alpha \frac{m_0}{m}$, или $mt = \alpha m_0 = \text{const}$, где α - угловой коэффициент наклона прямой. Чем больше угол наклона прямой, тем больше модуль произведения mt . Из графика видно, что для прямой проведенной из начала координат, касающейся области возможных параметров льда и имеющей максимальный угол наклона, значение коэффициента $\alpha = -10^{\circ}\text{C}$. Следовательно, максимальная масса пара потребуется при значении произведения $mt = -10$ кг $\cdot^{\circ}\text{C}$. С учетом этого, получим $m_{\text{п}} \approx 6,9$ г.



Сегодня, 20 января, на портале online.mipt.ru составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале online.mipt.ru

Региональный этап всероссийской олимпиады школьников по физике. 20 января 2016 г.

Возможно и **иное понимание условия**.

Запишем уравнение теплового баланса для конденсирующегося (превращающегося в воду) пара, остывающей воды и нагревающегося льда: $m_{\text{п}}(L + c(t_{\text{кип}} - t_0)) = mc_1(t_0 - t)$,

откуда $m_{\text{п}} = \frac{mc_1(t_0 - t)}{L + c(t_{\text{кип}} - t_0)}$, или с учетом того, что $t_0 = 0^\circ\text{C}$, получим: $m_{\text{п}} = \frac{-mtc_1}{L + ct_{\text{кип}}}$ (здесь и

далее учтено, что $t < 0$).

Далее решение совпадает с предыдущей версией. Новый числовой ответ: $m_{\text{п}} \approx 7,7$ г.

Словосочетание в условии «может потребоваться» отдает некоторое предпочтение ответу 6,9 г, определяющему нижнюю границу диапазона максимальных масс. Т.е. 6,9 г **точно** хватит, для реализации условия задачи - это **необходимая** максимальная масса. Все значения лежащие в диапазоне от 6,9 г до 7,7 г являются избыточными, но не противоречащими условию. Во избежание ненужных лингвистических споров, авторы предлагают считать верными оба ответа, соответствующие границам указанного диапазона при наличии аргументированного решения.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1. Составлено уравнение теплового баланса | 2 балла |
| 2. Правильно указано, при каком условии количество пара максимально | 2 балла |
| 3. Предложен способ нахождения максимального значения модуля mt | 2 балла |
| 4. Правильно проведена касательная к области допустимых параметров льда | 1 балл |
| 5. Найдено значение mt | 1 балл |
| 6. Определена максимальная масса пара | 2 балла |

В п.6 имеет смысл ввести широкие 10% (**1 балл**) и узкие 5% (**2 балла**) «ворота», так как при решении обрабатывается графическая информация. Но, за ответы, попавшие в эти ворота при неверных исходных предположениях (п.п. 3-5), баллы ставиться не должны!

Сегодня, 20 января, на портале **online.mipt.ru** составители данного комплекта проведут онлайн-разбор решений задач. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 16.00; 8 класс – 17.00; 9 класс – 18.30; 10 класс – 20.00; 11 класс – 19.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **online.mipt.ru**