

Задача 1

Затмения спутника Юпитера

Перевод на русский: Константин Жегин

Задолго до того, как учёные смогли точно измерить скорость света, О. Рёмер, датский астроном, изучал затмения спутника Юпитера. Он смог определить скорость света на основе наблюдаемых периодов обращения спутника вокруг Юпитера. На рисунке 1 показаны орбиты Земли E вокруг солнца S и одного из спутников M вокруг Юпитера. (Рёмер наблюдал за временем между двумя последовательными появлениями спутника M позади Юпитера)

Большая серия наблюдений за затмениями позволила точно оценить период обращения M . Наблюдаемый период T зависит от положения Земли относительно системы отсчёта, где SJ – одна из осей координат. Среднее время обращения – $T_0 = 42$ ч 28 м 16 с и максимальный наблюдаемый период – $(T_0 + 15)$ с.

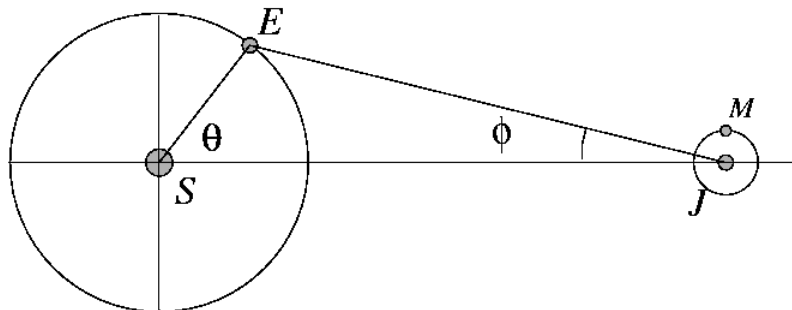


Рисунок 1: Орбиты Земли E вокруг Солнца и спутника M вокруг Юпитера J . Среднее расстояние от земли E до Солнца – $R_E = 149.6 \times 10^6$. Максимальное расстояние – $R_{E \max} = 1.015 R_E$. Период обращения Земли – 365 дней, Юпитера – 11.9 лет. Расстояние от спутника M до Юпитера $R_M = 422 \times 10^3$ км.

- Используя закон тяготения Ньютона, оцените расстояние от Юпитера до Солнца.
- Введите систему отсчёта, в которой Юпитер покоится относительно Солнца. Определите угловую скорость ω Земли относительно системы координат Солнце-Юпитер (SJ). Вычислите скорость Земли относительно SJ .
- Предположим, наблюдатель увидел, что M начал появляться из тени, когда наблюдатель находился в позиции θ_k , и следующее появление было, когда он находился в θ_{k+1} , $k = 1, 2, 3, \dots$. Из этих наблюдений он получил очевидные периоды

- обращения $T(t_k)$ как функцию от времени t_k и использовал приближенное выражение, чтобы объяснить, как расстояние влияет на наблюдаемые периоды обращения M .
Определите расстояние между Землей и Юпитером $d(t_k)$ и оцените его относительную погрешность.
- d. Выведите зависимость между $d(t_k)$ и $T(t_k)$. Начертите функцию периода $T(t_k)$ от времени наблюдения t_k . Найдите положения Земли в моменты, когда наблюдался максимальный, минимальный и реальный периоды обращения спутника M .
 - e. Оцените скорость света на основе предыдущего результата. Укажите источники погрешностей вашей оценки и вычислите порядок величины погрешности.
 - f. Известно, что масса Земли = 5.98×10^{24} кг и 1 месяц = 27 д 7 ч 3 м. Найдите массу Юпитера.

Задача 2

Детектирование альфа-частиц

Перевод на русский: Константин Жегин

Мы постоянно подвергаемся воздействию радиации, естественной или искусственной. С развитием ядерных реакторов и использованием радиоизотопов в сельском хозяйстве, промышленности биологии и медицине, количество искусственных радиоактивных источников также увеличивается ежегодно. Один из типов радиации, излучаемой радиоактивными материалами – альфа-частицы (α -частицы) (дважды ионизированный атом гелия, имеющий две единицы положительного заряда и четыре единицы атомной массы)

Детектирование α -частиц электрическими средствами основано на их способности производить ионизацию, проходя через газ или иное вещество. Для α -частицы в воздухе при нормальном атмосферном давлении есть эмпирическая зависимость между средним пробегом R_α и её энергией E :

$$R_\alpha = 0.318 E^{3/2} \quad (1)$$

Где R_α измеряется в см и E в МэВ.

Для наблюдения альфа-излучения можно использовать ионизационную камеру, т.е. газонаполненный датчик, работающий на принципе разделения положительных и отрицательных зарядов, образованных при ионизации атомов газа альфа-частицей. Сбор зарядов даёт импульс, который может быть детектирован, усилен и затем зарегистрирован. Напряжение между анодом и катодом поддерживается достаточно высоким, чтобы количество рекомбинаций зарядов на их пути к аноду было незначительным.

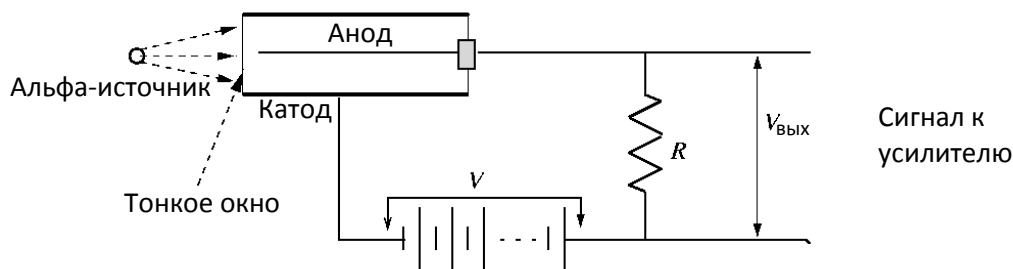


Рисунок 1: Принципиальная схема цепи ионизационной камеры.

- a. Электромметр на основе ионизационной камеры, имеющий ёмкость 45 пикофарад, используется для детектирования α -частиц, имеющих пробег $R_\alpha = 5.50$ см. Предположим, чтобы образовать ионную пару (состоящую из лёгкого отрицательного электрона и более тяжёлого положительного иона, каждый из которых несёт заряд величины $e = 1.60 \times 10^{-19}$ кулон) в воздухе, требуется энергия 35 эВ. Напряжение какой величины будет создано каждой α -частицей?
- b. Импульсы напряжения из-за α -частицы из задачи выше происходят на сопротивлении R . Наименьший обнаруживаемый ток насыщения (состояние, при котором ток более или менее постоянен, показывающее, что заряд собирается с той же скоростью, с какой он образуется налетающей частицей) для данного прибора равен 10-12 ампер. Вычислите наименьшую активность A (скорость распада радиоизотопа-излучателя) α -источника, которая может быть зарегистрирована прибором, если пробег $R_\alpha = 5.50$ см, предполагая 10%-ую эффективность для геометрии детектора.
- c. Описанная выше ионизационная камера должна быть использована для подсчёта импульсов с постоянной времени $\tau = 10^{-3}$ секунд. Вычислите сопротивление и усиление импульса напряжения, требуемое для получения сигнала 0.25 В.
- d. Ионизационная камера имеет геометрию, как у цилиндрического счётчика, центральный металлический провод (анод) и внешняя тонкая металлическая оболочка (катод) имеют диаметры d и D соответственно. Выведите выражение для электрического поля $E(r)$ и потенциала $V(r)$ на радиальном расстоянии r (при $\frac{d}{2} \leq r \leq \frac{D}{2}$) от центральной оси, когда провод несёт заряд на единицу длины λ . Затем выведите ёмкость на единицу длины трубки. Пробивная напряженность воздуха $E_{пр} = 3$ МВ м⁻¹ (Напряженность поля пробоя выше $E_{пр}$, максимального электрического поля в веществе). Если $d = 1$ мм и $D = 1$ см, рассчитайте разность потенциалов между проводом и оболочкой при которой происходит пробой.

Данные: 1 МэВ = 10^6 эВ; 1 пикофарад = 10^{-12} Ф; 1 Ки = 3.7×10^{10} распадов/секунду = 10^6 мкКи (Кюри, фундаментальная единица СИ для измерения активности); $\int \frac{dr}{r} = \ln r + C$

Задача 3

Эффект Стюарта-Толмена

Перевод на русский: Константин Жегин

В 1917 году, Стюарт и Толмен обнаружили ток через катушку, намотанную на цилиндр, вращаемый аксиально с определённым угловым ускорением.

Рассмотрим большое количество колец, каждое радиуса τ , изготовленных из тонкой металлической проволоки с сопротивлением R . Кольца были одинаковым образом надеты на длинный стеклянный цилиндр, пустой внутри. Их положения на цилиндре зафиксированы приклеиванием колец к цилиндру. Количество колец на единицу длины вдоль оси симметрии – n . Плоскости колец перпендикулярны оси симметрии цилиндра.

В некоторый момент цилиндр начинает вращательное движение вокруг своей оси симметрии с ускорением α . Найдите величину магнитного поля B в центре цилиндра (по прошествии достаточно долгого времени). Мы полагаем, что электрический заряд e электрона и масса электрона m известны.