

Задание 7.1. и 8.1. Изменение объема при деформации

С помощью выданного вам оборудования определите длину L_0 , диаметр d_0 и объем V_0 недеформированного резинового жгута. Опишите процедуру измерений L_0 , d_0 , V_0 . Подумайте и опишите, как определить длину L_1 , диаметр d_1 и объем V_1 деформированного (растянутого) резинового жгута. Приведите поясняющий рисунок. Проведите соответствующие измерения. Следите за тем, чтобы деформация жгута была однородной. Повторите измерения для 2 – 3 различных масс груза. Результаты занесите в таблицу. Обозначим увеличение интересующих нас параметров символами ΔL , Δd , ΔV .

№ измерения	L_0 , см							$\Delta V/V_0$
1								
2								
3								
4								

- 1) Постройте график зависимости $\Delta d/d_0$ от $\Delta L/L_0$. Оцените отношение $\mu = (\Delta d/d_0)$ к $(\Delta L/L_0)$ при $(\Delta L/L_0)$ стремящемся к нулю. Коэффициент μ часто встречается в теории упругости и называется коэффициентом Пуассона.
- 2) Найдите объем растянутого жгута при $L \approx 3L_0$. Укажите, растёт или уменьшается объем жгута при его растяжении.

Приборы и оборудование: резиновый шнур диаметром 2,5 – 3,0 мм, трубка (например, обрезок пластиковой трубы диаметром 25 – 30 мм и длиной 25 – 30 см) или деревянный цилиндр, измерительная лента (или рулетка) длиной не менее 1 м, груз (например, пластиковая бутылка емкостью 0,4 – 0,5 л примерно на 2/3 заполненная водой), емкость для сливания воды (подойдет пластиковая бутылка объемом полтора литра с обрезанная горлышком), миллиметровая бумага для построения графика.

Возможное решение

Длину недеформированного жгута L_0 можно измерить непосредственно с помощью измерительной ленты. Определим диаметр d_0 методом рядов. Для этого намотаем без натяга плотно (виток к витку) жгут на пластиковую трубу, сосчитаем число витков N и измерим длину s (вдоль трубы) которую заняла намотка. Тогда искомое значение $d_0 = s/N$. Объем жгута можно вычислить по формуле

$$V_0 = \frac{d_0^2 L_0}{1,273}. \quad (1)$$

Для исследования деформированного жгута подвесим на нем бутылку с водой (например, можно привязать жгут к горлышку бутылки). Под действием веса бутылки с водой жгут растянется, новое значение его длины можно измерить непосредственно. Будем плотно наматывать растянутый жгут на трубу (на конце жгута все время висит бутылка, что обеспечивает постоянство его натяжения). При этом диаметр жгута при намотке не меняется (намотка плотная и велика сила трения между трубой и жгутом). Значит, его можно определить методом рядов, аналогично случаю нерастянутого жгута. Когда

отношение $\Delta L/L_0$ мало (вычисления по первой измеренной точке) значение коэффициента Пуассона примерно равно 0,5. При увеличении $\Delta L/L_0$ искомое отношение убывает, следовательно, зависимость нелинейная, а проведение прямой по первым нескольким точкам необоснованно, так как они лежат уже вне области применимости линейного приближения. Новое значение объема найдём с помощью формулы (1). Вычисления показывают, что при длине жгута $L = 3L_0$ его объём несколько больше, чем при отсутствии деформации. (Возможное значение $\Delta V/V$ порядка 20%) При малых деформациях объём практически постоянен (однако это сложно наблюдать из-за малой точности измерений).

Примерные критерии оценивания

Измерение длины недеформированного жгута	0,5 балла
Описание метода измерения диаметра методом рядов	1 балл
Измерение диаметра недеформированного жгута	1 балл
Вычисление объема недеформированного жгута	1 балла
Описание метода измерения диаметра деформированного жгута	1,5 балла
Измерения для четырех значений масс грузов	4 x 0,5 балла = 2 балла
График	1 балл
Значение коэффициента Пуассона (по первой точке)	1 балл
Значение относительного изменения объема	1 балл

Задание 7.2. и 8.2. Минимизируем угол

С помощью выданного вам оборудования соберите конструкцию, подобную изображенной на рис. 1.

Прикрепите кнопками лист миллиметровой бумаги к листу фанеры. Прикрепите один конец нити к кнопке, которую воткните в верхний угол листа фанеры. На расстоянии $L_0 = 13 - 15$ см от кнопки привяжите к нити тяжелый груз (обозначим получившийся участок нити AB). Ещё через 13 см привяжите к нити лёгкий груз (второй участок нити обозначим BC). Потяните за свободный конец нити так, чтобы она оказалась горизонтальной. С помощью транспортира измерьте угол φ_1 между участками нити AB и BC . Определите длину L_1 проекции участка нити BC на горизонтальную ось. Увеличьте натяжение нити и измерьте новое значение угла φ_2 и длину L_2 проекции участка BC . Снимите серию значений параметров φ_i и L_i (не менее 10 точек). Постройте график $\varphi(L)$ и с его помощью определите минимальное значение угла φ . Укажите, при какой длине L_i достигается этот угол.

Приборы и оборудование: Лист миллиметровой бумаги, лист картона, нить, два груза разных масс, 5 металлопластиковых кнопок, бумажный транспортир.

Указания организаторам: Лист картона или фанеры должен иметь размеры не менее формата А3. Нить хлопчатобумажная длиной 1 м. В качестве грузов можно использовать, например, две гайки: М 8 и М 12. Металлопластиковые кнопки нужны для крепления листа бумаги к листу картона. Бумажный транспортир печатается по высланному вам шаблону.



Рис. 1

Возможное решение.

Алгоритм выполнения работы прописан достаточно детально в условии задания. Основная сложность состоит в аккуратном выполнении задания и обработке экспериментальных данных (что часто требуется делать при выполнении настоящей научной работы).

Снимем искомую зависимость $\varphi(L)$. Результаты измерений занесём в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L_i , см	14,9	14,8	14,7	14,6	14,0	13,0	11,8	10,3	7,9	3,9
φ_i , град.	163	159	155	149	142	142	145	150	158	170

Поскольку $\varphi(L)$ гладкая функция (без изломов), координату L_i , соответствующую минимуму этой функции наиболее точно можно определить по графику.

Примечание для организаторов олимпиады. Зависимость $\varphi(L)$ может быть получена теоретически и имеет вид:

$$\varphi = \pi - \arctan\left(\frac{1-k}{k} \sqrt{\left(\frac{L_0}{L}\right)^2 - 1}\right) + \arccos\left(\frac{L}{L_0}\right). \quad (1)$$

где k – отношение масс лёгкого тяжёлого грузов.

Поиск минимума этой функции – дело трудоемкое, а полученная функция столь громоздка, что ей анализ теряет всякую наглядность.

Примерные критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| 1. Построение таблицы (указание наименования строк и единиц измеряемых величин) | 1 балл |
| 2. Заполнение таблицы (не менее 10 измерений) | 3 балла |
| 3. Построение координатной сетки для графика | 1 балл |
| 4. Построение графика | 3 балла |
| 5. Определение максимума φ | 1 балл |
| 6. Определение длины L , соответствующей максимуму φ | 1 балл |

Задание 9.1. и 10.1. Удельное сопротивление металла

Определите удельное электрическое сопротивление металла, из которого изготовлена проволока.

Приборы и оборудование: Моток проволоки (плотность $\rho = 8,9 \text{ г/см}^3$), мультиметр, пластмассовая соломинка известной массы M , линейка длиной 30 см, шариковая ручка, кусочек наждачной бумаги.

Указания организаторам: В работе используется медная лакированная проволока диаметром $d = 0,15 \text{ мм}$. Её длина 10 – 12 м. Проволоку следует выдавать сильно запутанным мотком со свободным концом длиной 40 – 50 см. Наждачная бумага должна быть мелкой (№ 1 или 2). Шариковая ручка с тонким стержнем. Стержень нужен для намотки на него проволоки и измерение её диаметра.

Возможное решение.

1. Зачищаем концы медной лакированной проволоки наждачной бумагой.
2. Мультиметром (в режиме омметра) измеряем сопротивление R проволоки с учетом ненулевого начального показания прибора (сопротивления при закороченных концах мультиметра).
3. Определяем массу m мотка проволоки методом неравноплечных весов, используя в качестве рычага соломинку. Длины плеч измеряем линейкой.
4. Диаметр d проволоки измеряем методом рядов, используя для намотки стержень шариковой авторучки.

Теория:

$$\text{Масса проволоки } m = DL(\pi d^2/4), \quad (1)$$

где D – плотность меди, L – длина проволоки, d – диаметр проволоки.

$$\text{Сопротивление проволоки равно } R = (\rho L)/(\pi d^2/4), \quad (2)$$

где ρ – удельное сопротивление меди.

Исключая из (1) и (2) длину проволоки L получаем выражение для удельного сопротивления

$$\rho = RD(\pi d^2/4)^2/m.$$

Примерные критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1. Метод определения ρ , теоретическое обоснование метода | 3 балла |
| 2. Измерение сопротивления проволоки R (число, размерность) | 2 балла |
| 3. Измерение массы проволоки (метод, результат (число, размерность)) | 3 балла |
| 4. Измерение диаметра проволоки (метод, результат) | 2 балла |
| 5. Вычисление ρ (число, размерность) | 3 балла |
| 6. Оценка погрешности | 2 балла |

Задание 9.2. Физический маятник

Известно, что при малых колебаниях тела, свободно вращающегося вокруг горизонтальной оси, период колебаний T связан с расстоянием h от центра масс тела до точки, вокруг которой происходит качание, следующим образом:

$$T^2 = \frac{A}{h^\alpha} + Bh^\beta \quad (1)$$

где α, β - неизвестные натуральные числа, A, B - неизвестные коэффициенты.

Задание. Снимите зависимость $T(h)$. Определите значения α, β, A, B . Определите значение h_0 , при котором период колебаний минимален.

Оборудование. Металлический стержень, уголок, штатив, измерительная лента, секундомер, нитка, миллиметровая бумага (для построения графика).

Возможное решение

1. Снимем зависимость $T(h)$.

2. Заметим, что т.к. $\alpha, \beta \geq 1$ при малых h : $Bh^\beta \ll \frac{A}{h^\alpha} \Rightarrow T^2 \approx \frac{A}{h^\alpha}$. Возьмем некоторые 2 малых значения h : h_1 и h_2 , тогда $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^\alpha$, отсюда находим $\alpha=1$.

3. Преобразуем формулу (1): $T^2h = A + Bh^{\beta+1}$. Выберем функции $\varphi(T, h) = T^2h$, $f(h) = h^{\beta+1}$. Угловой наклон графика $\varphi(f)$ численно равен B , а координата пересечения графика с осью f численно равна A . В условии сказано, что β - натуральное число. Предположим, $\beta=1$. Построим график в координатах $\varphi(f)$. Линейность графика подтверждает то, что $\beta=1$. Из графика находим A и B . Теоретические значения коэффициентов A и B равны соответственно $\frac{\pi^2 l^2}{3g}$ и $\frac{\pi^2}{g}$, где l - длина стержня.

4. Практически невозможно измерить h_0 непосредственно, т.к. вблизи h_0 T слабо зависит от h . $T^2 = \frac{A}{h} + Bh = \frac{A+Bh^2}{h} = \frac{A-2\sqrt{AB}h+Bh^2}{h} + 2\sqrt{AB} = \frac{(\sqrt{A}-\sqrt{B}h)^2}{h} + 2\sqrt{AB} \Rightarrow$ минимальное значение периода достигается при $h_0 = \sqrt{\frac{A}{B}}$.

Критерии оценивания

Снята зависимость $T(h)$ на всем диапазоне h	3
Способ нахождения α	1
Определено значение $\alpha=1$	1
Идея выбора функций $\varphi(T, h)=T^2h, f(h)=h^{\beta+1}$	2
График $\varphi(f)$ при $\beta=1$	2
Значение A	2
Значение B	2
Способ нахождения h_0	1
Значение h_0	1

Задание 10.2 и 11.2. Коробка с полосками

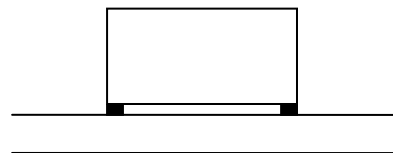
Оборудование: Деревянный брусок с наклеенными полосками наждачной бумаги и изоляционная ленты у средних граней; Наклонная плоскость; брусок, для регулировки угла наклона плоскости; лист миллиметровой бумаги. Для фиксации бумаги можно использовать скотч, выдаваемый по требованию.



Запрещается отрывать полоски!

Задание

1. Поставьте брусок на наклонную плоскость полосками вниз. Полоски должны быть ориентированы поперек длинной стороны наклонной плоскости. Плавно увеличивайте наклон пластины, пока брусок не начнёт скользить по ней. Зафиксируйте критические углы наклона (при которых брусок начинает скользить) для случаев, когда впереди (ниже) полоска наждачной бумаги и впереди (ниже) полоска изоляционная ленты.



Обнаруживается ли надёжно по Вашим результатам различие критических наклонов в указанных случаях или нет?

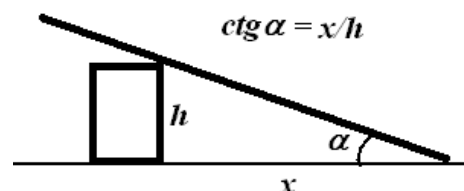
2. Предложите и обоснуйте метод нахождения (с помощью указанного оборудования) разность $\Delta\mu$ коэффициентов трения между материалом полосок и наклонной плоскостью. Выведите формулу расчёта $\Delta\mu$ разницы коэффициентов трения.

3. Проведите необходимые измерения. Убедитесь, что они воспроизводимы. Представьте их в удобном для восприятия и обработки виде. Рассчитайте по полученным данным разницу $\Delta\mu$ коэффициентов трения с указанием возможной погрешности.

Указания организаторам. Ориентировочно размеры бруска 10x5x3 см (годится брусок из набора школьного оборудования), центр масс должен практически совпадать с «центром» бруска. Полоски наклеиваются поперёк у краёв двух самых узких и длинных граней коробки. Одинаковые полоски наклеиваются у противоположных углов (рис.)! Их длина равна ширине бруска, а ширина 3 – 5 мм. Две вырезаются из наждачной или шлифовальной бумаги, а две из изоляционной ленты с гладкой поверхностью. Проследите, чтобы клей не попал на лицевую, наждачную поверхность, а брусок соприкасался с наклонной плоскостью только посредством наклеенных полосок. Ширина наклонной плоскости должна быть больше ширины бруска, а длина примерно 30 – 50 см. Для обеспечения однородности поверхности наклонной плоскости на неё можно скотчем прикрепить лист писчей бумаги. Брусок для регулировки угла наклона плоскости должен иметь (ориентировочно) размеры 20x10x5 см. Он должен устойчиво стоять вертикально (поэтому важно выдержать прямые углы). Вместо бруска, поддерживающего наклонную плоскость, можно использовать штатив с лапкой.

Возможное решение

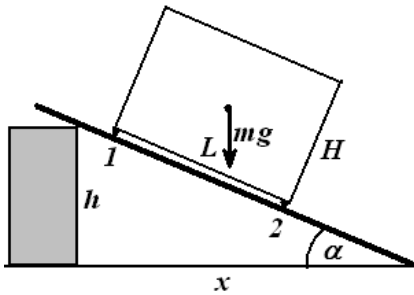
1.а) Для определения угла наклона плоскости ставим брусок на миллиметровую бумагу и измеряем по ней



расстояние x от бруска до вершины угла α , образуемого пластиной с горизонталью, тогда $\operatorname{tg}\alpha = h/x$, где $h = \text{const}$ высота бруска. Поэтому при фиксированной высоте наклон однозначно задаётся значением x .

б) Если выполнить предложенные действия, то обнаружится, что при наждачной полоске у нижнего угла бруска угол наклона плоскости, приводящий к проскальзыванию, заметно больше, чем в случае, когда она сверху.

2. а) Рассмотрим случай начала проскальзывания бруска. Обозначим коэффициенты трения у верхней и нижней полоски μ_1 и μ_2 , продольный и поперечный размеры бруска H и L , массу бруска m и ускорение свободного падения g . (Считаем, что μ_2 относится к наждачной бумаге, а μ_1 к гладкой поверхности изоляционной ленты.)



Введём силы нормального давления N_1 и N_2 в точках 1 и 2 (верхняя и нижняя полоски). В граничном случае силы трения равны $\mu_1 N_1$ и $\mu_2 N_2$. Тогда из равновесия сил по нормали к пластине:

$$N_1 + N_2 = mg \cos \alpha \quad (1);$$

из равновесия вдоль пластины:

$$\mu_1 N_1 + \mu_2 N_2 = mg \sin \alpha \quad (2);$$

из равенства моментов сил относительно центра масс (или средней точки нижней грани):

$$(N_2 - N_1)L/2 = (\mu_1 N_1 + \mu_2 N_2)H/2 = mg \sin \alpha H/2 \quad (3).$$

Отсюда можно найти

$$N_1 = (mg/2)(\cos \alpha - H \sin \alpha / L) \text{ и } N_2 = (mg/2)(\cos \alpha + H \sin \alpha / L). \quad (4)$$

После подстановки этих выражений в уравнение (2) получим соотношение, связывающее коэффициенты трения с критическим углом:

$$(\mu_1 + \mu_2) + (\mu_2 - \mu_1)H \operatorname{tg} \alpha / L = 2 \operatorname{tg} \alpha. \quad (5)$$

При полоске с μ_1 ниже, обозначив критический угол β , получим:

$$(\mu_1 + \mu_2) - (\mu_2 - \mu_1)H \operatorname{tg} \beta / L = 2 \operatorname{tg} \beta. \quad (6)$$

Отсюда находим, что

$$(\mu_1 + \mu_2) = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta \quad (7).$$

А для искомой разности коэффициентов трения имеем:

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) / H(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \quad (8).$$

б) H и L измеряются с помощью миллиметровой бумаги. Тангенсы углов наклона выражаются через h и x (1.а), которые можно измерить с помощью миллиметровой бумаге. Если в рассмотренных выше двух случаях обозначить расстояния от бруска до вершины угла x_1 и x_2 , то $\operatorname{tg} \alpha = h/x_1$, а $\operatorname{tg} \beta = h/x_2$. Для разницы коэффициентов трения получим выражение:

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(x_2 - x_1) / H(x_2 + x_1) \quad (9),$$

в которое h не входит! То есть для нахождения разности коэффициентов трения достаточно определить лишь x_1, x_2 .

<Анализ измеримости, выбор измеряемых величин **1 балл**>

3. а) Измерения L и H достаточно просты и проводятся с ошибкой не больше 0,5 мм. Для H относительная погрешность не больше 2%. Достаточно однократного аккуратного измерения.

б) Измерения расстояния x менее надёжны, ибо, во-первых, трудно уловить момент начала проскальзывания, и во-вторых, брусок может зацепиться за локальный дефект поверхности бумаги, покрывающей наклонную плоскость. Поэтому сначала грубо определяем x с избытком и недостатком, постепенно сужая границы. Влияние локальных дефектов можно устранить, помещая брусок на разные места плоскости, или, слегка

постукивая по ней, проверить, будет брусок безостановочно соскальзывать или затормозится. При таких предосторожностях можно сузить границы до диапазона 1-2 мм, что при $x_2 - x_1$ около 20-30 мм даёт относительную погрешность меньше 10%. При трехкратном попадании в этот диапазон можно считать, что воспроизводимость измерений достаточна.

<Указание причин погрешности, способ сужения границ, постукивание, проверка воспроизводимости (троекратное попадание в диапазон 1-2 мм) оценка относительной погрешности в $\mu_2 - \mu_1$.>

3. в)

ТАБЛИЦА ИЗМЕРЕНИЙ

№	Одна сторона		Размеры бруска
	x_1 в мм	x_2 в мм	
1			L в мм
2			
3			H в мм
Ср.			

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(x_2 - x_1)/H(x_1 + x_2).$$

Основной вклад в погрешность определения $\mu_1 - \mu_2$ вносит погрешность $(x_1 - x_2)$, это примерно 10%.

<Таблица измерений или другое чёткое и полное представление измерений. Вычисление искомой разности коэффициентов трения. Попадание в 10% ворота, в случае приведённых данных от 0,45 до 0,51.>

Организаторам целесообразно провести независимые измерения коэффициентов трения μ_2 и μ_1 .

Эти измерения коэффициентов трения наждачной бумаги и изоляционной ленты по отдельности у нас согласовывались лучше, чем 10%.

Примерные критерии оценивания

- | | | |
|------|--|---------|
| 1.а) | Указан способ определения наклона | 1 балл |
| 1.б) | Выполнены измерения и представлены результаты | 2 балла |
| 2.а) | Рассмотрено условие равновесия, выведена формула для $\mu_2 - \mu_1$ | 4 балла |
| 2.б) | Проведён анализ измеримости и выбор измеряемых величин | 2 балла |
| 3.а) | Измерены L и H | 1 балл |
| 3.б) | Указаны причины погрешностей измерений | 3 балла |
| 3.в) | Приведена таблица измерений | 2 балла |

Задание 11.1. Исследование зависимости температуры воды T_v от времени

В задачах на теплообмен обычно предполагается, что количество теплоты, отдаваемое горячим телом в единицу времени прямо пропорционально разности температур между горячим и холодным телом. Следовательно, можно записать следующее выражение:

$$C \Delta T = \alpha(T_v - T_k) \Delta t$$

где C – теплоемкость воды, ΔT – изменение температуры воды за малое время Δt , T_v – температура воды, T_k – температура окружающей среды, α – коэффициент пропорциональности.

Путем графической обработки полученных экспериментальных данных определите величину коэффициента α для 5-6 различных значений температуры воды в стакане, постройте график зависимости α от разности температур ($T_v - T_k$) и сделайте вывод о справедливости предположения, сформулированного выше.

Масса налитой воды $M_v = 150$ г, удельная теплоемкость воды $C_v = 4200$ Дж/(кг*град).

Для наливания определенного количества горячей воды в стакан определите сначала требуемый уровень с помощью мерного стакана и холодной воды, сделайте метку в стакане и попросите организатора налить горячей воды до необходимого уровня. Теплоемкостью алюминиевого стакана в условиях эксперимента можно пренебречь. Температура в помещении определяется электронным термометром и выводится на его дисплей в непрерывном режиме.

Оборудование: алюминиевый стакан с горячей водой, крышка к стакану, мерный стакан, термометр, секундомер, комнатный термометр (общий на аудиторию).

Внимание!!! При работе с горячей водой соблюдать предельную осторожность и проявить максимальное внимание с целью избежать опрокидывания стакана с водой и стараться не разбить термометр!!!

Решение и комментарии:

Пусть количество теплоты, отдаваемое водой и стаканом за время Δt равно Q и при температуре в стакане T_v его содержимое и сам стакан остыли за это время на ΔT градусов. Тогда, согласно условию задачи

$$(C_v M_v + C_c M_c) \Delta T = \alpha (T_v - T_k) \Delta t \quad (1)$$

Обозначим $C_0 = (C_v M_v + C_c M_c)$. При подстановке численных значений из условия задачи получаем $C_0 = 443$ Дж/град.

$$\text{Из (1) } \alpha = (C_0 / (T_v - T_k)) (\Delta T / \Delta t) \quad (2)$$

В выражении (2) $(\Delta T / \Delta t)$ – это производная функции $T_v(t)$. Для ее нахождения по экспериментальным данным необходимо построить график представленной в условии зависимости и определить тангенс угла наклона касательной к этому графику в точке, соответствующей определенному значению T_v . Прделав эту операцию несколько раз (при различных T_v), можно с помощью формулы (1) вычислить α для различных значений T_v , что и требуется в задаче. На рис 1 проиллюстрирована эта процедура, а в таблице 2 представлены результаты вычисления α для 8 значений T_v .

Рисунок 1

Определение α по графику $T_B(t)$

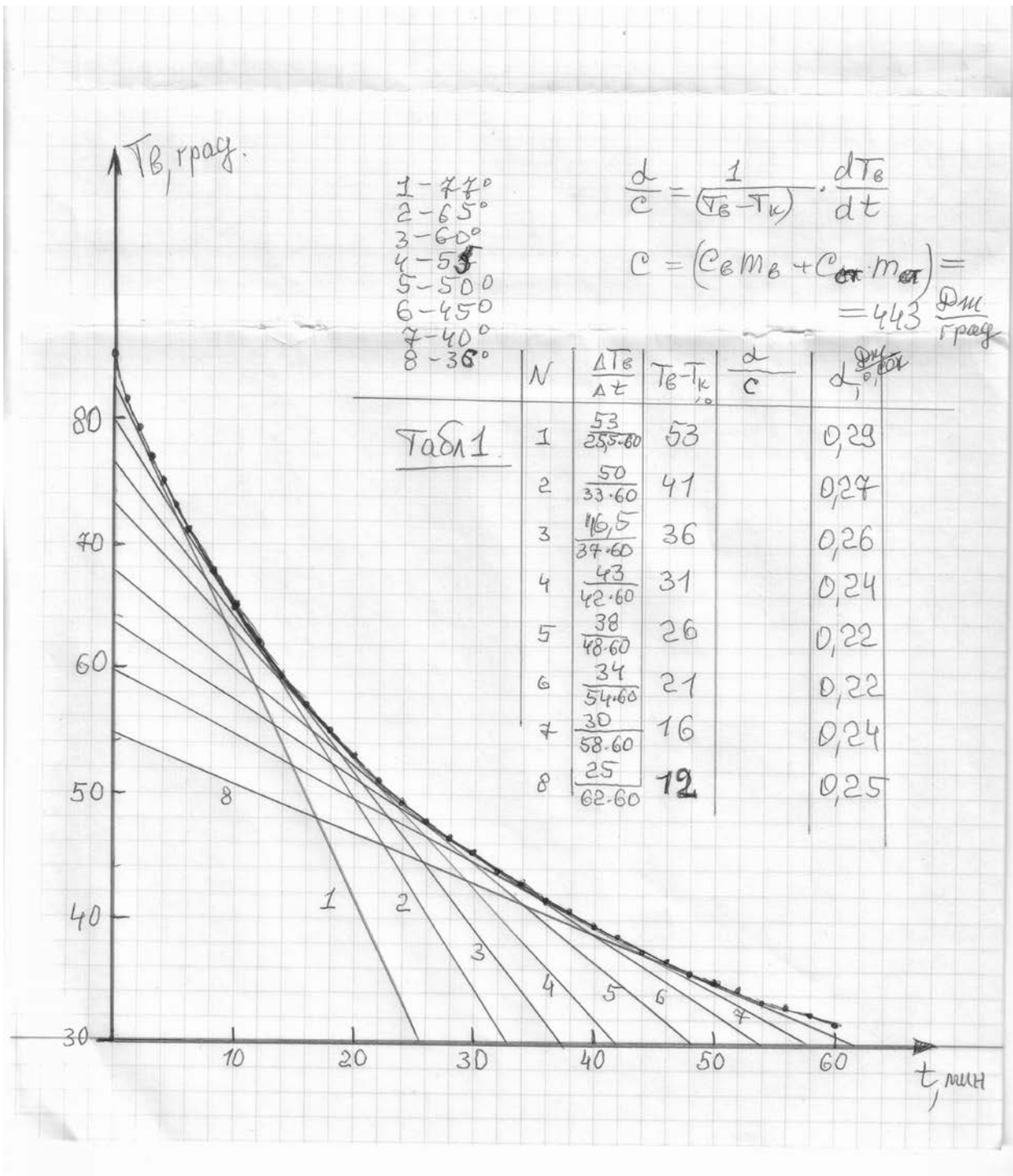


Рисунок 2

Полученная по данным таблицы 1 зависимость $\alpha(T_B)$

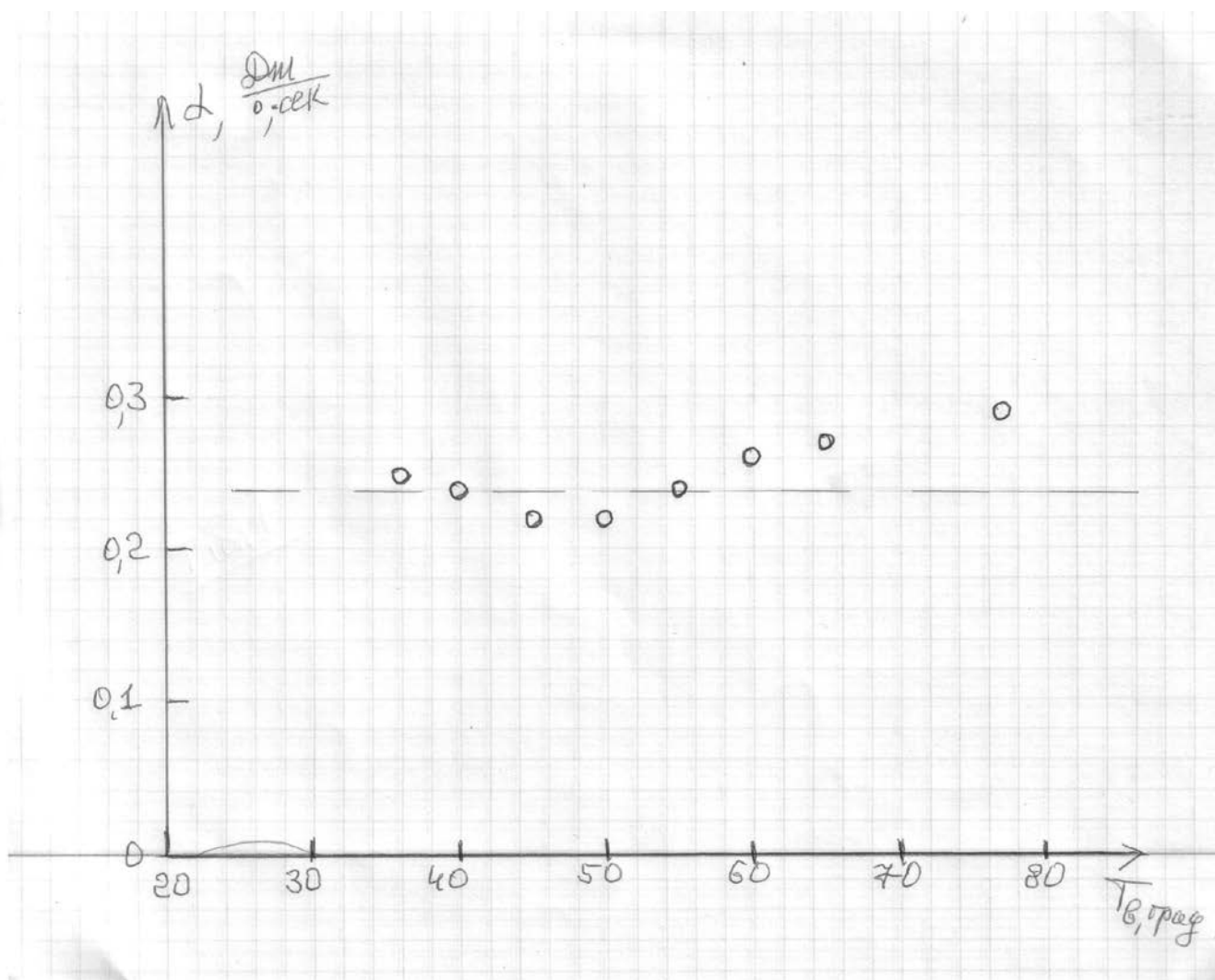


Рисунок 3

Зависимость $\alpha(T_B)$, полученная при обработке данных на компьютере (всё в условных единицах)

